

DOS MÉTODOS PARA ESTIMAR LAS PROPIEDADES HIDRÁULICAS DEL SUELO A PARTIR DE UN PROCESO DE: (I) HUMECTACIÓN POR CAPILARIDAD MAS EVAPORACIÓN, Y (II) HUMECTACIÓN POR CAPILARIDAD CON MULTITENSIÓN: ANÁLISIS TEÓRICO

Carolina Peña-Sancho¹, Teamrat A. Ghezzehei², Borja Latorre¹ y David Moret-Fernández¹

¹ Estación Experimental Aula Dei, Consejo Superior de Investigaciones Científicas (EEAD-CSIC), Zaragoza, Spain. carolina.pena@csic.es

² University of California (UCMerced), Merced, CA, USA. TAGhezzehei@ucmerced.edu

RESUMEN. La determinación de la curva de retención $\theta(h)$ y conductividad hidráulica saturada (K_s) del suelo es fundamental para caracterizar la zona no saturada. Esta comunicación presenta dos métodos para estimar K_s y los parámetros α y n de $\theta(h)$ a partir de: (i) un proceso de humectación por capilaridad a saturación seguido de una sobre-presión, más un proceso de evaporación, considerando el fenómeno de histéresis, y (ii) un proceso de humectación por capilaridad a tensión negativa seguida de una tensión a saturación. El análisis inverso se realizó sobre un cilindro de 5 cm de altura y 5 cm de diámetro con suelo franco, utilizando el programa HYDRUS-2D. Los mapas de error de la función objetivo $\Phi(K_s, \alpha, n)$ para los planos K_s - α , α - n y K_s - n obtenidos para ambos métodos mostraron un único mínimo, lo que indica que estos métodos permiten estimar de forma precisa los parámetros hidráulicos del suelo.

ABSTRACT. The determination of the soil water retention curve, $\theta(h)$, and the saturated hydraulic conductivity, K_s , are of paramount importance to correctly characterize the vadose zone. This communication presents two methods to estimate K_s and the water retention curve α and n parameters from: (i) a capillary rise wetting process at saturation followed by an overpressure step, plus an evaporation process, taking into account the hysteresis phenomena; and (ii) a capillary wetting process at negative tension plus a saturation step. The theoretical analysis was performed on a 5-cm diameter and 5 cm high cylinder of loam soil, using the HYDRUS-2D software. The responses surfaces of the objective function $\Phi(K_s, \alpha, n)$ for the planes K_s - α , α - n and K_s - n obtained with both methods showed a unique and well defined minimum, which indicates these methods allow accurate estimates of the soil hydraulic properties.

1.- Introducción

La determinación de las propiedades hidráulicas del suelo (conductividad hidráulica saturada, K_s , y curva de retención de agua, $\theta(h)$), es un requisito fundamental para describir los procesos de infiltración y escorrentía de agua en el suelo. Entre los diferentes procedimientos desarrollados para estimar las propiedades hidráulicas del suelo, los

métodos numéricos que implican el análisis inverso de la ecuación de Richards (Simunek *et al.*, 1996; Simunek y van Genuchten, 1997) son cada vez más utilizados. Una ventaja de este enfoque es que las funciones de retención y la conductividad hidráulica se estiman simultáneamente a partir de datos de flujo transitorios (Rashid *et al.*, 2015).

Así por ejemplo, Simunek y van Genuchten (1997) aplicando métodos de optimización numérica a la técnica de infiltrometría de disco de multitensión demostraron que este procedimiento proporciona no sólo información sobre la K_s , como sucede cuando se utilizan métodos cuasi-analíticos, sino también de $\theta(h)$. Para ello, debe utilizarse una combinación de datos de infiltración acumulada a tensión múltiple, conductividades hidráulicas insaturadas obtenidas con el modelo de Wooding (1968) y el contenido inicial y final de agua del suelo. Aunque esta técnica ha sido exitosamente empleada en numerosos trabajos (Simunek y van Genuchten 1997; Simunek *et al.*, 1998; Ramos *et al.*, 2006; Rashid *et al.*, 2015), la larga duración de los muestreos puede limitar su uso si, por ejemplo, se pretende una caracterización intensiva del suelo. En estos casos, la toma de muestras de suelo inalterado para su posterior análisis en laboratorio puede ser preferible. De forma similar, Simunek *et al.* (1998) utilizaron técnicas de optimización numérica para estimar las propiedades hidráulicas utilizando el método de evaporación. Para tal fin, se definió una función objetivo en términos de evaporación acumulada de agua y potencial mátrico medido con uno o varios tensiómetros. Los resultados mostraron que era posible estimar los parámetros hidráulicos a partir del análisis inverso de una combinación de curvas de evaporación acumulada y potencial mátrico a diferentes profundidades.

A pesar de los grandes esfuerzos realizados para estimar los parámetros hidráulicos a partir de datos de infiltración de agua del suelo o evaporación, los métodos basados en los procesos de ascenso capilar del agua del suelo son actualmente inexistentes. Utilizando las técnicas de optimización numérica, esta comunicación presenta y hace un análisis teórico de dos métodos para estimar los parámetros hidráulicos de una muestra cilíndrica de suelo, utilizando (i) un proceso de humectación por capilaridad a saturación seguido de una sobre-presión, más un proceso de evaporación, considerando el fenómeno de histéresis, y (ii) un proceso de humectación por ascenso capilar a diferentes tensiones. Dicho estudio consiste en el análisis de los mapas de error de la función objetivo $\Phi(K_s, \alpha, n)$ para los planos K_s - α , α - n y K_s - n .

2.- Material y métodos

2.1.- Teoría

2.1.1.- Flujo de agua del suelo en 1D

La ecuación que gobierna el flujo unidimensional en un medio poroso rígido variablemente saturado viene dada por la ecuación de Richards.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial h}{\partial z} + K \right) \quad (1)$$

Las condiciones iniciales se fijan en el contenido de agua.

$$\theta(z, t) = \theta_i(t) \quad t = t_0 \quad (2)$$

Las condiciones de contorno se fijan en la superficie y en la parte inferior del cilindro:

$$h(z, t) = h_0(t) \quad \text{en } z = 0 \text{ y } z = L \quad (3)$$

donde θ es el contenido volumétrico de agua en el suelo [$L^3 L^{-3}$], h es el potencial del agua impuesto en la base y en la superficie del cilindro [L], K es la conductividad hidráulica [LT^{-1}], z es una coordenada vertical (L) positiva hacia arriba, y t es el tiempo [T]. La condición de contorno se corresponde a una tensión variable de suelo en la parte inferior de la muestra y las condiciones atmosféricas en la parte superior. Las condiciones iniciales varían entre suelo saturado para los procesos de evaporación, o de humedad próxima a humedad residual para los procesos de capilaridad. Las funciones hidráulicas del suelo quedan descritas según (van Genuchten, 1980).

$$S_e(h) = \frac{\theta(h) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left[1 + (\alpha h)^n \right]^{-m} \quad (4)$$

$$K(S_e) = K_s S_e^{0.5} \left[1 - \left(1 - S_e^{1/m} \right)^m \right]^2 \quad (5)$$

donde S_e es la saturación efectiva [-], θ_s y θ_r son los contenidos de agua a saturación y residual, respectivamente [$L^3 L^{-3}$], K_s es la conductividad hidráulica saturada [LT^{-1}], n [-] y α [L^{-1}] son parámetros de forma, y $m = 1 - (1/n)$.

Las características hidráulicas definidas por las Ec. (4) y (5) contienen cinco parámetros desconocidos: θ_s , θ_r , α , n y K_s . Sin embargo, debido a que θ_s y θ_r son fácilmente medibles al principio y al final del experimento, las características hidráulicas definidas por dichas ecuaciones se reducen a tres parámetros desconocidos: α , n y K_s . El proceso de ascenso capilar es un proceso de humectación, lo que significa que los parámetros hidráulicos representan ramas de humectación de propiedades hidráulicas. De forma similar, la evaporación es un proceso de desecación, por lo que los parámetros hidráulicos representan ramas de drenaje de propiedades hidráulicas.

Para suelos saturados y condición de estado estacionario, la ecuación (1) se reduce a la ley de Darcy (Lichtner *et al.*, 1996).

$$q = -K_s \frac{dH}{dz} \quad (6)$$

donde q es la densidad de flujo de agua [$L T^{-1}$] y $H = h + z$ es el potencial total de agua en el suelo. Nótese que para los suelos saturados el potencial del agua en el suelo es $h > 0$.

Los parámetros hidráulicos (α , n y K_s) se estiman minimizando una función objetivo que representa la diferencia entre los datos experimentales (o teóricos) y simulados, tales como el ascenso capilar y/o la evaporación acumulada

$$\Phi(K_s, \alpha, n) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_i} w_i [c_e(t_i) - c_s(t_i)]^2}{n - 1}} \quad (7)$$

donde n_i es el número valores (c, t) medidos, $c_e(t_i)$ es la medida específica en el tiempo t_i , $c_s(t_i)$ la predicción del modelo para el vector de parámetros optimizados, y w_i es el peso asociado un conjunto particular de medidas o puntos. En este estudio $w_i = 1$. La minimización de la función objetivo Φ se consigue mediante un método de optimización global (Horst y Romeijn, 2002), que enumera todas las combinaciones posibles de los parámetros hidráulicos con una cierta precisión y seleccionando el mejor resultado.

2.2. Experimentos numéricos

Los datos de ascenso capilar y evaporación de agua del suelo utilizado en este trabajo fueron generados numéricamente con el programa HYDRUS-2D (Simunek *et al.*, 1996). Para tal fin, se utilizó un suelo franco (Carsel y Parrish, 1988), cuyos parámetros hidráulicos son: $\theta_r = 0.078$, $\theta_s = 0.43$, $\alpha = 0.036 \text{ cm}^{-1}$, $n = 1.56$ y $K_s = 0.017333 \text{ cm min}^{-1}$. El volumen de suelo se representó como un plano (radio de 2.5 cm y 5 cm altura) en geometría axisimétrica con una malla triangular 2-D de 1034 elementos. Análisis numéricos previos demostraron que, en virtud de esta discretización, la solución es independiente del tamaño del elemento. El contenido inicial de agua del suelo homogéneo e isótropo fue 0.08 para los procesos de humectación, y de 0.429 para los procesos de evaporación.

Para el método de capilaridad a saturación-sobrepresión-evaporación se consideraron tres escenarios: a) uno en el que en la primera fase, el suelo inicialmente seco es humectado por la base a saturación hasta que el frente de humectación alcanzó la superficie del cilindro, momento en el cual se aplicó una sobrepresión de 5 cm respecto de la superficie del mismo cilindro. b) Un proceso de evaporación a 60°C realizado sobre un cilindro inicialmente saturado. c) Al proceso de humectación por capilaridad más sobrepresión le sigue un proceso de evaporación a 60°C. El proceso de evaporación fue simulado en HYDRUS 2D de forma independiente, y a continuación se procedió a la fusión sintética de ambas

curvas. Finalmente se representaron los mapas de error para los dos escenarios, para los planos K_s - α , α - n y K_s - n .

En el método de humectación por ascenso capilar aplicando una multitensión sobre la base del cilindro, se consideraron dos escenarios diferentes: a) tensión de -10 cm seguida de una tensión de 0 cm (S_{10}), y b) tensión de -100 cm seguida nuevamente por una tensión de 0 cm (S_{100}). (Tabla 1).

Tabla 1. Tensiones en la base del cilindro y tiempos de medida para cada tensión para el experimento de humectación por capilaridad en multitensión.

Escenario	Tensiones en la base del cilindro (cm)	Tiempo (min)
S_{0-10}	-10	80
S_{0-10}	0	30
S_{0-100}	-100	470
S_{0-100}	0	30

Se calculó la función objetivo (Ec. 7) entre las curvas simuladas y la curva teórica. Los valores de dicha función se resumieron en forma de mapas de error para los planos K_s - α , α - n y K_s - n . Para los procesos de capilaridad a saturación + sobrepresión y capilaridad + sobrepresión+ evaporación, se realizó una optimización global sobre una malla de 70x70 combinaciones, que corresponde a un mapa de error con 4.900 puntos. Para el proceso de multitensión, y con el objetivo de mejorar la resolución de los mapas de error, se utilizó una malla de 140 x 140 combinaciones, es decir, 19.600 puntos por mapa de error.

En situaciones reales, los datos experimentales están sujetos a fuentes de incertidumbre (i.e., la medida del nivel de agua, el contenido inicial y final de agua, etc.), que se propagan a los parámetros hidráulicos a estimar. En estos análisis teóricos consideramos únicamente la incertidumbre debida a la medida del nivel del agua y su influencia en las curvas de absorción acumulada. Un experimento preliminar realizado con un transductor de presión ± 0.5 psi mostró un error experimental de ± 0.1 mm. Para traducir este error experimental, se realizó un análisis de sensibilidad en torno a cada solución inversa como parte de un primer análisis de incertidumbre. El cambio de la función objetivo (Ec. 7) asociado a la fuente de incertidumbre se superpuso a las superficies de respuesta en forma de una línea de contorno (0,1 mm).

3.- Resultados y discusión

3.1.- Capilaridad-Evaporación

La Figura 1 muestra un ejemplo de curvas de ascensión capilar a saturación + sobrepresión + evaporación generadas por HYDRUS-2D.

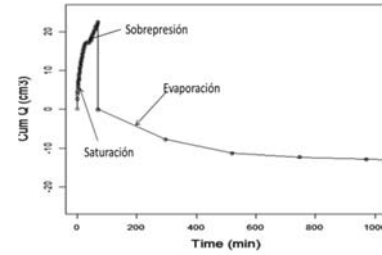


Fig. 1. Curva de ascenso capilar a saturación + sobrepresión + evaporación simulada por HYDRUS 2D.

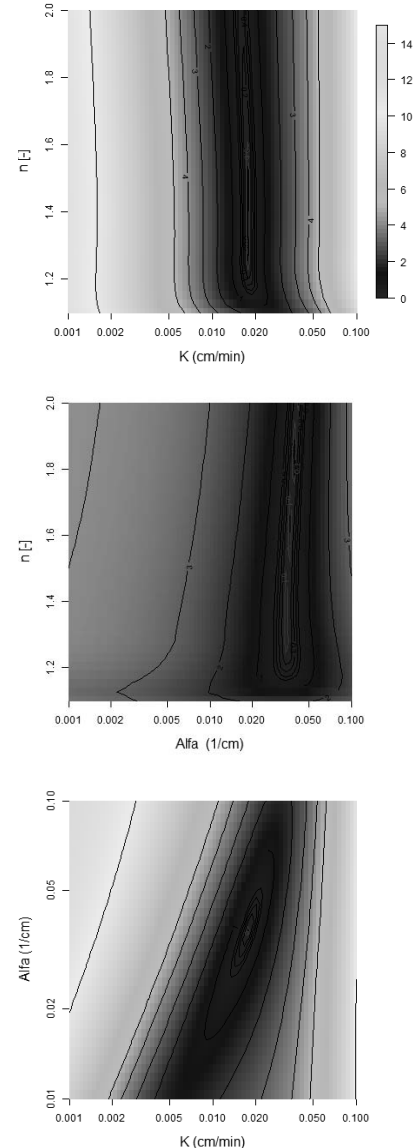


Fig. 2. Mapas de error para los planos K_s - α , α - n y K_s - n de la función objetivo $\Phi(K_s, \alpha, n)$ definida para un proceso de capilaridad a saturación + sobrepresión. La línea roja corresponde a la línea de contorno para una incertidumbre experimental de 0,1 mm.

La Figura 2 muestra los mapas de error de Φ para los planos K_s - α , α - n y K_s - n de un proceso de humectación por capilaridad a saturación + sobrepresión. En ésta, se observa cómo los planos α - n y K_s - n presentan una forma de valle, que indica que existen infinitas combinaciones de parámetros K - n y n - α que producen curvas de ascenso capilar casi idénticas a la curva teórica. Las simulaciones, sin embargo, muestran un comportamiento totalmente diferente para el plano K_s - α , en el que se observa un único y bien definido mínimo. Estos resultados indican que los parámetros α , n y K_s no pueden ser estimados a partir de la optimización inversa de una única curva de capilaridad a saturación + sobrepresión.

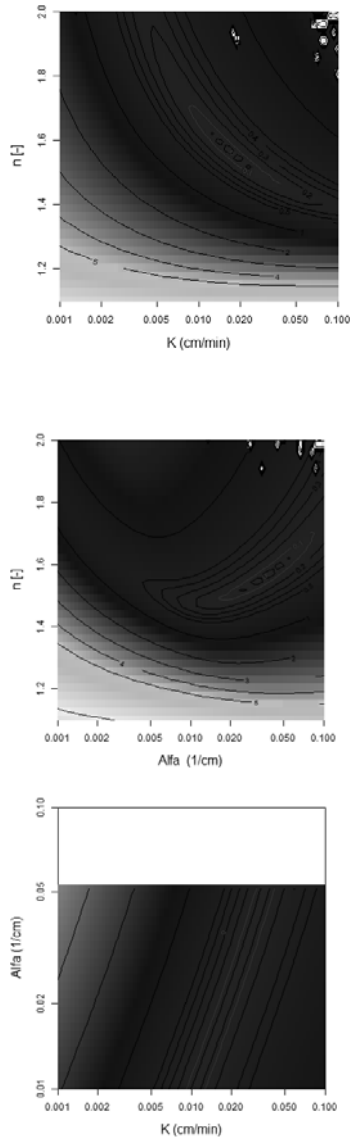


Fig. 3. Mapas de error para los planos K_s - α , α - n y K_s - n de la función objetivo $\Phi(K_s, \alpha, n)$ definida para un proceso de evaporación. La línea roja corresponde a la línea de contorno para una incertidumbre experimental de 0.1 mm.

Los mapas de error para la función objetivo de una curva de evaporación (Fig. 3) muestran como, excepto para el plano α - K que presenta forma de valle, los mapas n - K_s y n - α presentan un mínimo relativamente bien definido, si bien la zona de incertidumbre experimental de 0.1 mm sigue siendo amplia. Estos resultados indican que los parámetros α , n y K_s tampoco pueden ser estimados por análisis inverso de una única curva de evaporación.

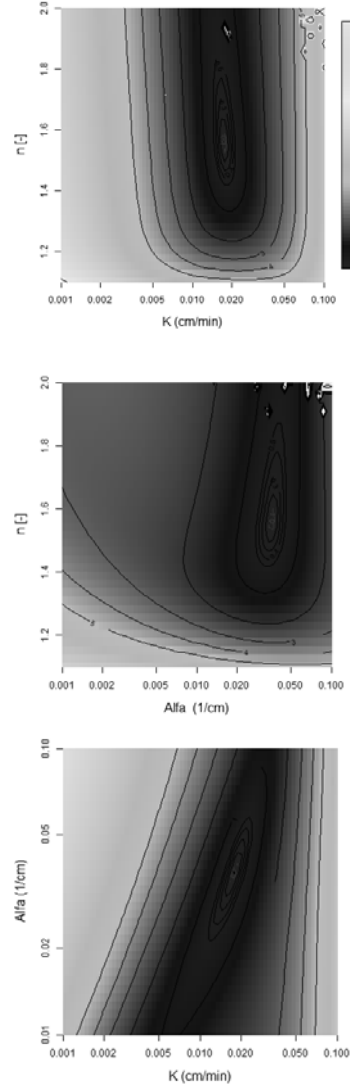


Fig. 4. Mapas de error para los planos K_s - α , α - n y K_s - n de la función objetivo $\Phi(K_s, \alpha, n)$ definida para un proceso de capilaridad + sobrepresión + evaporación. La línea roja corresponde a la línea de contorno para una incertidumbre experimental de 0.1 mm.

Finalmente, la figura 4 muestra como la forma de las líneas de contorno de los mapas de error cambia significativamente cuando se analiza la curva resultante de unir una curva de capilaridad a saturación + sobrepresión y la correspondiente curva de evaporación (Fig. 4). En este caso, los resultados muestran como los mapas de error

n - K_s , α - n y K_s - α presentan una forma de pozo con un único y bien definido mínimo. Esto indica que la optimización de dicha función objetivo permite estimar de forma simultánea los parámetros α , n y K_s . Para este último caso, los valores de α y n optimizados, para el plano α - n (K_s teórica = 0.01733 cm min⁻¹), fueron 0.0367 cm⁻¹ y 1.567, respectivamente. Esto significa una desviación del 2.075 y 0.615 %, con respecto de los valores teóricos.

3.2. Capilaridad multitensión

La Figura 5 muestra un ejemplo de curvas de ascensión capilar de agua generados por HYDRUS-2D para humectaciones a -10, 0 cm y -100, 0 cm de tensión.

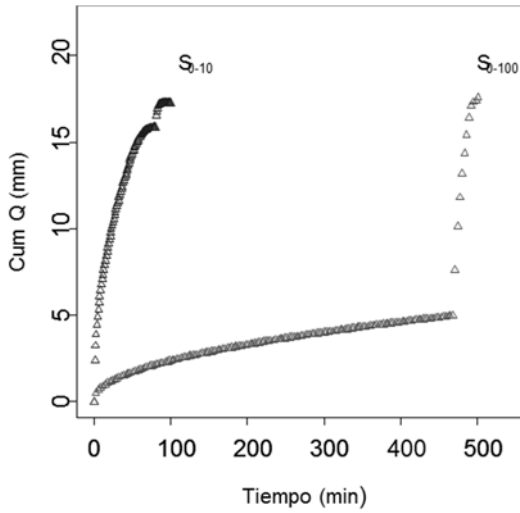


Fig. 5. Curvas de ascenso capilar de agua generadas por HYDRUS-2D para humectaciones a -10, 0 cm y -100, 0 cm.

Las Figuras 6 y 7 muestran los mapas de error de Φ para las humectaciones a -10, 0 y -100, 0 cm de tensión, respectivamente. En éstas se observa como los mapas de error para la humectación a -10, 0 cm (Fig.6) presentan unas regiones en forma de valle que indican que existen infinitas combinaciones de α , n y K_s dentro de la línea de contorno 0.1 mm que dan curvas humectación casi idénticas a la teórica. Sin embargo, la forma de las líneas de contorno de los mapas de error cambian drásticamente cuando los procesos de humectación son sometidos a tensiones mayores (i.e. S_{100}) (Fig. 7). Esto sugiere que tensiones más negativas proporcionan la información necesaria para hacer estimaciones más fiables de los parámetros hidráulicos del suelo, especialmente para el parámetro n . A raíz de estas discusiones, sugerimos que el método de multitensión permite estimaciones robustas de los parámetros hidráulicos si la máxima succión aplicada es mayor que $-1/\alpha$. Para la multitensión a -100 cm y 0cm, los valores de α y n optimizados, para el plano α - n (K_s teórica = 0.01733 cm min⁻¹), fueron 0.0358 cm⁻¹ y 1.566, respectivamente. Esto significa una desviación del 0.539 y 0.397 %, con respecto de los valores teóricos.

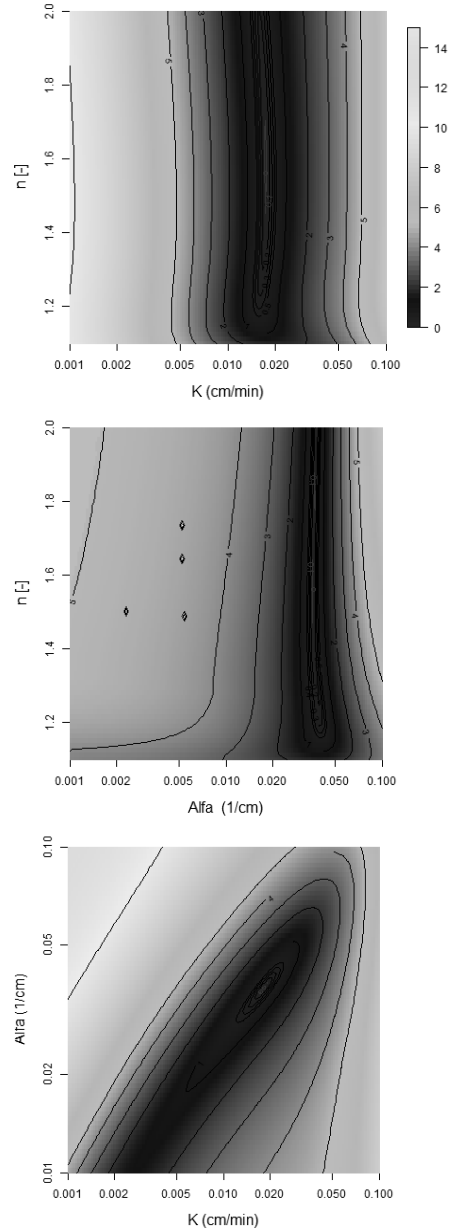


Fig. 6. Mapas de error para los planos K_s - α , α - n y K_s - n de la función objetivo $\Phi(K_s, \alpha, n)$ definida para un proceso de humectación por capilaridad a tensiones de -10 y 0 cm. La línea roja corresponde a la línea de contorno para una incertidumbre experimental de 0,1 mm.

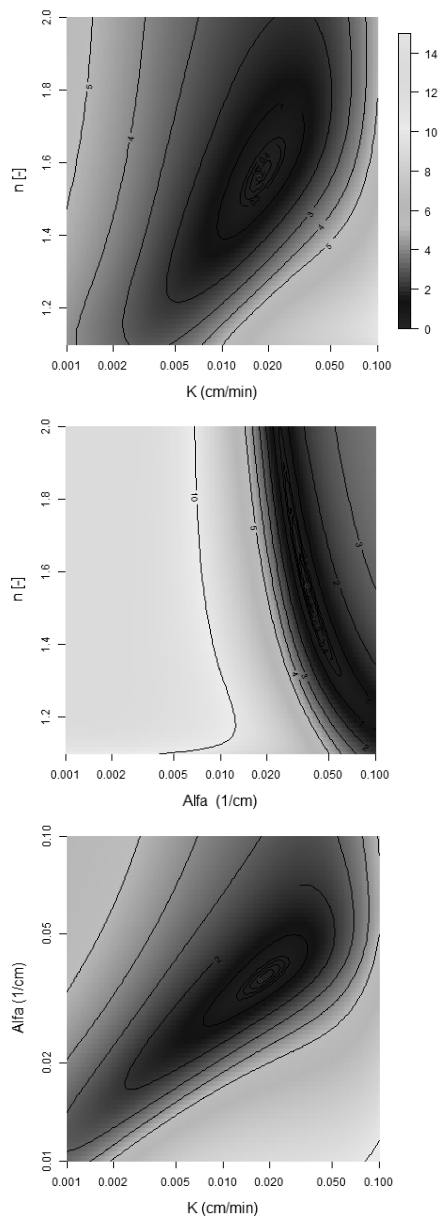


Fig. 7. Mapas de error para los planos K - α , α - n y K - n de la función objetivo $\Phi(K, \alpha, n)$ definida para un proceso de humectación por capilar a tensiones de -100 y 0 cm. La línea roja corresponde a la línea de contorno para una incertidumbre experimental de 0,1 mm.

4.- Conclusiones

Este trabajo presenta dos métodos para estimar los parámetros hidráulicos del suelo a partir del análisis inverso de una función objetivo Φ definida por i) una curva de humectación por capilaridad a saturación + sobrepresión + evaporación y ii) una curva de humectación por capilaridad a diferentes tensiones. Utilizando el modelo HYDRUS-2D, se realizó un análisis teórico de estos métodos sobre un hipotético suelo franco. Los resultados muestran que los parámetros hidráulicos del suelo pueden estimarse satisfactoriamente por análisis inverso de una curva de

humectación por capilaridad a saturación + sobrepresión + evaporación, o una curva de humectación a tensiones múltiples. En este último caso, debe cumplirse que la máxima succión aplicada sea mayor que $-1/\alpha$. De entre estos dos métodos, el método que arrojó valores optimizados más próximos a los reales fue el de capilaridad a multitensión a -100 cm y 0 cm para el plano α - n .

Agradecimientos. Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España (AGL2010-22050-C03-02). Agradecer también la colaboración técnica de M. Josefa Salvador y Ricardo Gracia.

5.- Bibliografía

- Angulo-Jaramillo R, J.P. Vandervaere, S. Roulier, J.L. Thony, J.P. Gaudet, y M. Vauclin, 2000. Field measurement of soil surface hydraulic properties by disc and ring infiltrometers. A review and recent developments. *Soil Till Res.* 55, 1-29.
- Ankeny, M.D., T.C. Kaspar, y R. Horton, 1988. Design for an automated tension infiltrometer. *Soil Sc. Soc. Am. J.* 52, 893-896.
- Casey F.X.M., y N.E. Derby, 2002. Improved design for an automated tension infiltrometer. *Soil Sc. Soc. Am. J.* 66, 64-67.
- Carsel, R.F., y R.S. Parrish, 1988. Developing joint probability distributions of soil water retention characteristics. *Water Resour. Res.* 24, 755-769.
- Gebrengus, T., y T.A. Ghezzehei, 2011. An index for degree of hysteresis in water retention. *Soil Sc. Soc. Am. J.* 75, 2122-2127.
- Horst, R., y H.E. Romeijn, 2002. Handbook of global optimization (Vol. 2). Springer Science & Business Media.
- Moret-Fernández, D., J.L. Arrúe, V. Pérez, y M.V. López, 2008. A TDR-pressure cell design for measuring the soil water retention curve. *Soil Till. Res.* 100, 114-119.
- Mualem, Y. 1976. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.* 12, 513-522.
- Lichtner, P.C., C.I. Steefel, y E.H. Oelkers, 1996. Reactive Transport in Porous Media. Mineralogical Society of America, p. 5.
- Ramos, T.B., M.C. Gonçalves, J.C. Martins, M.Th. van Genuchten, y F.P. Pires, 2006. Estimation of soil hydraulic properties from numerical inversion of tension disk infiltrometer data. *Soil Sc. Soc. Am. J.* 5, 684-696.
- Rashid, N.S.A., M. Askari, T. Tanaka, J. Simunek, y M.T. van Genuchten, 2015. Inverse estimation of soil hydraulic properties under oil palm trees. *Geoderma* 241-242, 306-312.
- Seki, K., 2007. SWRC fit – a nonlinear fitting program with a water retention curve for soils having unimodal and bimodal pore structure. *Hydrol. Earth Syst. Sci.* 4, 407-437.
- Simunek, J. y van Genuchten, M.T. 1996. Estimating unsaturated soil hydraulic properties from tension disc infiltrometer data by numerical inversion. *Water Res. Res.* 32, 2683-2696.
- Simunek, J., y M.T. van Genuchten, 1997. Estimating unsaturated soil hydraulic properties from multiple tension disc infiltrometer data. *Soil Sci.* 162, 383-398.
- Simunek, J., R. Angulo-Jaramillo, M.S. Schaapa, J.P. Vandervaere, y M.T. van Genuchten, 1998. Using an inverse method to estimate the hydraulic properties of crusted soils from tension-disc infiltrometer data. *Geoderma* 86, 61-81.
- Simunek J., Wendroth O., Van Genuchten M.Th., 1998. Parameter estimation analysis of the evaporation method for determining soil hydraulic properties. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 62, 894-905.
- Simunek, J., M.T. van Genuchten, y M. Sejna, 2008. Development and applications of the HYDRUS and STANMOD software packages and related codes. *Vadose Zone J.* 7 (2), 587-600.
- van Genuchten, M.T., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic properties of unsaturated soils. *Soil Sc. Soc. Am. J.*, 892-898.
- Wooding, R. A. 1968. Steady infiltration form large shallow circular pond. *Water Resour. Res.* 4, 1259-1273.